

1 Multiplizieren und Dividieren mit Brüchen

a)

1. mit $\frac{3}{4}$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$	$\frac{7}{9} \cdot \frac{3}{4} = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$	$\frac{5}{12} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{16}$
$\frac{a}{b} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3a}{4b}$	$\frac{4a}{5b} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3a}{5b}$	$\frac{2b}{3a} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3b}{6a}$
$\frac{b}{a} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3b}{4a}$	$\frac{4b}{7a} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3b}{7a}$	$\frac{2a^2}{5b^2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3a^2}{10b^2}$

Vorgangsweise:
Zähler mal Zähler, Nenner mal
Nenner, wenn möglich vorher
kürzen oder das Ergebnis
kürzen.

2. mit $\frac{a}{b}$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{2b}$	$\frac{7}{9} \cdot \frac{a}{b} = \frac{7a}{9b}$	$\frac{5}{12} \cdot \frac{a}{b} = \frac{5a}{12b}$
$\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2}$	$\frac{4a}{5b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{4a^2}{5b^2}$	$\frac{2b}{3a} \cdot \frac{a}{b} = \frac{2ab}{3ab} = \frac{2}{3}$
$\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b} = 1$	$\frac{4b}{7a} \cdot \frac{a}{b} = \frac{4}{7}$	$\frac{2a^2}{5b^2} \cdot \frac{a}{b} = \frac{2a^3}{5b^3}$

3. mit $\frac{2a}{3b}$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{2a}{3b} = \frac{a}{3b}$	$\frac{7}{9} \cdot \frac{2a}{3b} = \frac{14a}{27b}$	$\frac{5}{12} \cdot \frac{2a}{3b} = \frac{5a}{18b}$
$\frac{a}{b} \cdot \frac{2a}{3b} = \frac{2a^2}{3b^2}$	$\frac{4a}{5b} \cdot \frac{2a}{3b} = \frac{8a^2}{15b^2}$	$\frac{2b}{3a} \cdot \frac{2a}{3b} = \frac{4ab}{9ab} = \frac{4}{9}$
$\frac{b}{a} \cdot \frac{2a}{3b} = \frac{2}{3}$	$\frac{4b}{7a} \cdot \frac{2a}{3b} = \frac{8}{21}$	$\frac{2a^2}{5b^2} \cdot \frac{2a}{3b} = \frac{4a^3}{15b^3}$

b)

	$\frac{1}{a}$	a	b	$\frac{2}{b}$
1.	$\frac{1}{a} : \frac{a}{2} = \frac{1 \cdot 2}{a \cdot a} = \frac{2}{a^2}$	$a : \frac{a}{2} = 2$	$b : \frac{a}{2} = \frac{2b}{a}$	$\frac{2}{b} : \frac{a}{2} = \frac{4}{ab}$
2.	$\frac{1}{a} : \frac{a^2}{5b} = \frac{1 \cdot 5b}{a \cdot a^2} = \frac{5b}{a^3}$	$a : \frac{a^2}{5b} = \frac{a \cdot 5b}{a^2} = \frac{5b}{a}$	$b : \frac{a^2}{5b} = \frac{5b^2}{a^2}$	$\frac{2}{b} : \frac{a^2}{5b} = \frac{10}{a^2}$
3.	$\frac{1}{a} : \frac{3b}{4a} = \frac{1 \cdot 4a}{a \cdot 3b} = \frac{4}{3b}$	$a : \frac{3b}{4a} = \frac{a \cdot 4a}{3b} = \frac{4a^2}{3b}$	$b : \frac{3b}{4a} = \frac{4a}{3}$	$\frac{2}{b} : \frac{3b}{4a} = \frac{8a}{3b^2}$

Um die Ausgangszahl zu erhalten, muss das Ergebnis der Multiplikation durch einen Multiplizierten dividiert werden. Durch einen Bruch zu dividieren bedeutet, mit dem Kehrwert zu multiplizieren.

2 Verbindung der vier Grundrechnungsarten

a)

1.	$\frac{3a}{7} - \frac{2}{5} \cdot \frac{5a}{7} = \frac{a}{7}$	Zuerst wurde die Multiplikation ausgeführt, das ergibt $\frac{2a}{7}$, dann wurde subtrahiert: $\frac{3a - 2a}{7}$.
2.	$\left(\frac{4a}{7} - \frac{a}{2}\right) \cdot \frac{14a}{7} = \frac{a^2}{7}$	Zuerst wurde die Subtraktion in der Klammer gelöst: $\frac{8a - 7a}{14} = \frac{a}{14}$, dann wurde mit $\frac{14a}{7}$ multipliziert und durch 14 gekürzt: $\frac{a}{14} \cdot \frac{14a}{7}$.
3.	$\frac{a}{4} \cdot \frac{6b}{5} - \frac{2b}{3} \cdot \frac{3a}{10} = \frac{ab}{10}$	Zuerst wurden die beiden Multiplikationen ausgeführt: $\frac{3ab}{10}$ (vorher wurde durch 2 gekürzt) und $\frac{ab}{5}$ (vorher wurde durch 6 gekürzt); dann wurde subtrahiert: $\frac{3ab - 2ab}{10}$, der zweite Bruch musste dazu auf den Nenner 10 erweitert werden.
4.	$\frac{1}{8} \cdot \left(\frac{4x}{3} - \frac{4x}{12}\right) : \frac{5xy}{6} = \frac{3}{20y}$	Zunächst wurde die Subtraktion in der Klammer ausgeführt: $\frac{4x - x}{3} = x$, dazu war es notwendig, den zweiten Bruch zu kürzen. Dann wurde x mit $\frac{1}{8}$ und $\frac{6}{5xy}$ (Kehrwert) multipliziert $\frac{1 \cdot x \cdot 6}{8 \cdot 5xy} = \frac{3}{20y}$.

b)

1.	$\frac{x}{9}$	$\frac{2x}{9} - \frac{x}{4} \cdot \frac{4}{9}$
2.	y	$\frac{y}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{4y}{5}$
3.	2a	$\frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3a}{4} \cdot \frac{4}{3}$
4.	$\frac{1}{a}$	$\frac{2}{a} \cdot 4 - \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{a}$

c)

1.	$\frac{3a}{5} - \frac{a}{2} \cdot \frac{2}{b} = \frac{6a}{10} - \frac{5a}{10} \cdot \frac{2}{b} = \frac{a}{10} \cdot \frac{2}{b} = \frac{a}{5b}$	Es wurde zuerst subtrahiert. Punktrechnung vor Strichrechnung, heißt die Regel. richtig: $\frac{3a}{5} - \frac{a}{2} \cdot \frac{2}{b} = \frac{3a}{5} - \frac{a}{b} = \frac{3ab - 5a}{5b}$
2.	$\left(\frac{2x}{9} - \frac{x}{3}\right) \cdot \frac{4}{3} = \frac{2x}{9} - \frac{4x}{9} = \frac{-2x}{9}$	Es wurde zuerst multipliziert, statt die Klammer zu berücksichtigen. Zuerst Klammer, dann Punktrechnung, dann Strichrechnung. richtig: $\left(\frac{2x}{9} - \frac{x}{3}\right) \cdot \frac{4}{3} = \frac{2x - 3x}{9} \cdot \frac{4}{3} = \frac{-x \cdot 4}{9 \cdot 3} = \frac{-4x}{27}$
3.	$\frac{a}{3} \cdot \frac{2a}{5} - \frac{a}{5} \cdot \frac{5}{a} = \frac{a}{3} \cdot \frac{5}{5} \cdot \frac{5}{a} = \frac{a}{3} \cdot \frac{5}{a} \cdot \frac{5}{a} = \frac{25}{3a}$	Die Strichrechnung wurde zuerst gelöst. Die Reihenfolge wäre: zuerst die beiden Punktrechnungen (: und ·), dann die Subtraktion. richtig: $\frac{a}{3} \cdot \frac{2a}{5} - \frac{a}{5} \cdot \frac{5}{a} = \frac{a \cdot 5}{3 \cdot 2a} - 1 = \frac{5}{6} - 1 = -\frac{1}{6}$
4.	$\frac{2x}{9} : \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{3}\right) = \frac{2x}{9} \cdot \frac{9}{x} - \frac{1}{3} = 2 - \frac{1}{3} = 1 \frac{2}{3}$	Es wurde zuerst die Punktrechnung ausgeführt. Die Klammer wurde nicht beachtet. richtig: $\frac{2x}{9} : \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{3}\right) = \frac{2x}{9} : \frac{x-3}{9}$ $= \frac{2x \cdot 9}{9 \cdot (x-3)} = \frac{2x}{x-3}$